CONTENTS

CHAPTER		PAGE NO.
1.	இயற்பியலில் கணிதம்	1.1 - 1.20
2.	அளவீட்டியல், பரிமாணம் மற்றும் பிழைகள்	2.1 - 2.20
	PRACTICE EXERCISE	2P.1 - 2P.14
3.	ஒரு பரிமாண இயக்கம்	3.1 - 3. 18
	PRACTICE EXERCISE	3P.1 - 3P.20
4.	வெக்டர் மற்றும் இரு பரிமாண இயக்கம்	4.1 - 4.30
	PRACTICE EXERCISE	4P.1 - 4P.18
5.	நியூட்டனின் இயக்க விதிகள் மற்றும் உராய்வுகள்	5.1 - 5.30
	PRACTICE EXERCISE	5P.1 - 5P.18

இயற்பியலில் கணிதம் 1

CONTENTS

1.	அறிமுகம்	1.1
2.	இயற்கணிதம்	1.1
3.	முக்கோணவியல்	1.3
4.	மடக்கை	1.7
5.	ஒரு கோட்டின் சாய்வு	1.7
6.	வரைபடம்	1.7
7.	வகை நுண் கணிதம்	1.9
8.	பெருமம் மற்றும் சிறுமம்	1.13
9.	தொகை நுண் கணிதம்	1.15
	Answer Key	1.19

1. அறிமுகம்

கணிதம் என்பது இயற்பியலின் மொழி. கணிதத்தில் நமக்கு நல்ல புரிதல் இருந்தால் இயற்பியல் கோட்பாடுகளை விவரிப்பது, புரிந்துகொள்வது மற்றும் செயல்படுத்துவது மிகவும் எளிதாகும். இயற்கணிதம், முக்கோணவியல், கணக்கீடு, வரைபடம் மற்றும் மடக்கை போன்ற கணிதத்தின் நுட்பங்களை அடிப்படை சமன்பாட்டிலிருந்து கணிக்க பயன்படுத்தலாம்.

இலக்கணம் மற்றும் சொற்களஞ்சியத்தில் நாம் பலவீனமாக இருந்தால் நம் உணர்வுகளைத் தொடர்பு கொள்வது கடினமாக இருக்கும். அதேபோல் இயற்பியலை நன்கு புரிந்து கொள்வதற்கும் வெளிபடுத்துவதற்கும் கணிதத்தின் அடிப்படை அறிவு அவசியம்.

இந்த அறிமுக பாடத்தில் சில அடிப்படைக் கணிதங்களை கற்றுக்கொள்வோம்.

2. இயற்கணிதம்

2.1. இருபடி சமன்பாடு

இரண்டாம் நிலை சமன்பாடு இருபடிச் சமன்பாடு எனப்படும். நிலையான இருபடி சமன்பாடு $ax^2 + bx = 0$

இங்கே a என்பது x^2-ன் குணகம், b என்பது x-ன் குணகம், c என்பது மாறிலி மற்றும், x என்பது மதிப்பு தீர்மானிக்கப்பட வேண்டிய (சமன்பாட்டின் மூலம்) மாறி ஆகும்

சமன்பாட்டின் மூலங்கள்: $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

குறிப்பு: α மற்றும் β என்பன இருபடி சமன்பாட்டின் மூலங்களாக இருந்தால் மூலங்களின் கூட்டுத்தொகை $\alpha + \beta = -\dfrac{b}{a}$ மூலங்களின் பெருக்குத்தொகை $= \dfrac{c}{a}$

Example: 1

$10x^2 - 27x + 5 = 0$ சமன்பாட்டைத் தீர்க்கவும்.

Solution

கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாட்டை நிலையான சமன்பாட்டுடன் ஒப்பிடுவதன் மூலம் $a = 10$, $b = -27$, மற்றும் $c = 5$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-27) \pm \sqrt{(-27)^2 - 4 \times 10 \times 5}}{2 \times 10} = \frac{27 \pm 23}{20}$$

$$\therefore x_1 = \frac{27 + 23}{20} = \frac{5}{2}$$

மற்றும் $x_2 = \dfrac{27 - 23}{20} = \dfrac{1}{5}$

$\therefore$ சமன்பாட்டின் மூலங்கள் $\frac{5}{2}$ and $\frac{1}{5}$.

2.2. ஈருறுப்பு தேற்றம்

n என்பது நேர்மறை, எதிர்மறை அல்லது பின்னம் மற்றும் x என்பது ஏதாவது இயல் எண்ணாக இருந்தால் அதாவது $x < 1$ i.e. x ஆனது -1 மற்றும் $+1$ இடையில் உள்ளது. எனில், ஈருறுப்பு தேற்றத்தின் படி,

$$(1+x)^n = 1 + nx + \frac{n(n-1)}{2!}x^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}x^3 + \ldots$$

இங்கு $2!$ (காரணி 2) $= 2 \times 1$, $3!$ (காரணி 3) $= 3 \times 2 \times 1$ மற்றும் $4!$ (காரணி 4) $= 4 \times 3 \times 2 \times 1$.

குறிப்பு: $|x| \ll 1$ எனில் முதல் இரண்டு உறுப்புகள் மட்டுமே குறிப்பிடத்தக்கவை. ஏனெனில், இரண்டாவது மற்றும் அதற்கு மேல் உள்ள உறுப்புகள் மிகவும் சிறியதாக இருப்பதால் அவற்றை புறக்கணித்துவிடலாம். எனவே,

$$(1 + x)^n = 1 + nx$$
$$(1 + x)^{-n} = 1 - nx$$
$$(1 - x)^n = 1 - nx$$
$$(1 - x)^{-n} = 1 + nx$$

Example: 2

தசமத்தின் ஆறு இடங்கள் வரை $(1001)^{1/3}$ மதிப்பிடவும்.

Solution

$(1001)^{1/3} = (1000 + 1)^{1/3} = 10(1 + 0.001)^{1/3}$

கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாட்டை நிலையான சமன்பாட்டுடன் ஒப்பிடுகையில்

$$(1+x)^n = 1 + nx + \frac{n(n-1)}{2!}x^2 + \ldots$$

$x = 0.001$ மற்றும் $n = 1/3$

$\therefore 10(1 + 0.001)^{1/3}$

$$= 10\left[1 + \frac{1}{3}(0.001) + \frac{\frac{1}{3}\left(\frac{1}{3} - 1\right) \times (0.001)^2}{2!} + \ldots\right]$$

$$= 10\left[1 + 0.00033 - \frac{1}{9}(0.000001) + \ldots\right]$$

$$= 10[1.0003301] = 10.003301 \text{ (Approx)}$$

Example: 3

பூமியின் மேற்பரப்பிற்கு மேல் h உயரத்தில் உள் ஈர்ப்பு விசை(g)யால் ஏற்படும் புவியீர்ப்பு முடுக்கத்தி மதிப்பு $g' = \dfrac{gR^2}{(R+h)^2}$. If $h \ll R$ எனில்,

(a) $g' = g\left(1 - \dfrac{h}{R}\right)$ (b) $g' = g\left(1 - \dfrac{2h}{R}\right)$

(c) $g' = g\left(1 + \dfrac{h}{R}\right)$ (d) $g' = g\left(1 + \dfrac{2h}{R}\right)$

Solution

(b) $$g' = g\left(\frac{R}{R+h}\right)^2 = g\left(\frac{1}{1+h/R}\right)^2 = \left(1 + \frac{h}{R}\right)^{-2}$$

$$= g\left[1 + (-2)\frac{h}{R} + \frac{(-2)(-3)}{2!}\left(\frac{h}{R}\right)^2 + \ldots\right]$$

$g' = g\left(1 - \dfrac{2h}{R}\right)$ ($h \ll R$ எனில், $\dfrac{h}{R}$ -ன் அதிகபடியான படிகளை புறக்கணிக்கவும்.)

2.3. கூட்டுத்தொடர் வரிசை

இது எண்களின் தொடர்வரிசை ஆகும். அவை தொடர்வரிசையை அதிகரிக்கும் மற்றும் அவற்றிற்கிடையே பொது வித்தியாசத்தை கொண்டிருக்கும்.

E.g.: 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13,... or 2, 4, 6, 8, 10, 12,...

பொதுவாக கூட்டுத்தொடர் வரிசையை a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5,... என்று எழுதலாம்.

(i) கூட்டு தொடர் வரிசையின் $n^{வது}$ உறுப்பு

$a_n = a_0 + (n-1)d$

a_0 = முதல் உறுப்பு, n = உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை,

d = பொது வித்தியாசம் $= (a_1 - a_0)$ or $(a_2 - a_1)$ or $(a_3 - a_2)$

(ii) கூட்டுத்தொடர் வரிசையின் கூட்டுத்தொகை

$$S_n = \frac{n}{2}[2a_0 + (n-1)d] = \frac{n}{2}[a_0 + a_n]$$

Example: 4

7 + 10 + 13 + 16 + 19 + 22 + 25 தொடரின் கூட்டுத்தொகையை கண்டறிக.

Solution

$$S_n = \frac{n}{2}[a_0 + a_n] = \frac{7}{2}[7+25] = 112$$

[As $n = 7$; $a_0 = 7$; $a_n = a_7 = 25$]

2.4. பெருக்குத்தொடர் வரிசை

முதல் உறுப்பைத் தவிர்த்து மற்ற உறுப்புகள் அனைத்தும் அதற்கு முந்தையஉறுப்பை ஒரு பூச்சியமற்ற மாறாத என்னால் பெருக்கக் கிடைக்கும் தொடர் வரிசையானது. பெருக்குத்தொடர் வரிசை எனப்படும். இந்த மாறாத எண் பொது விகிதம் எனப்படும்.

E.g.: 4, 8, 16, 32, 64, 128,... or 5, 10, 20, 40, 80,...

பொதுவாக பெருக்குத்தொடர் வரிசையை a, ar, r^2, ar^3, ar^4,... என எழுதலாம்.

இங்கு a = முதல் உறுப்பு, r = பொது விகிதம்

(i) பெருக்குத் தொடர் வரிசை (G.P)யில் உள்ள 'n' உறுப்புகளின் கூட்டுத் தொகை

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r} \text{ if } r < 1$$

$$S_n = \frac{a(r^n-1)}{r-1} \text{ if } r > 1$$

(ii) G.P.-யின் முடிவில்லா உறுப்புகளின் கூட்டுத் தொகை

$$S_\infty = \frac{a}{1-r} \text{ if } r < 1$$

$$S_\infty = \frac{a}{r-1} \text{ if } r > 1$$

Example: 5

$A = 2a + \frac{a}{3} + \frac{a}{9} + \frac{a}{27} + \ldots$ தொடரின் கூட்டுத் தொகையை கணக்கிடுக.

Solution

மேலே உள்ள சமன்பாட்டை

$$A = a + \left[a + \frac{a}{3} + \frac{a}{9} + \frac{a}{27} + \ldots\right]$$ என எழுதலாம்.

G.P.-ன் முடிவிலா உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகைக்கான வாய்பாட்டை பயன்படுத்தும் போது

$$A = a + \left[\frac{a}{1-\frac{1}{3}}\right] = a + \frac{3}{2}a = \frac{5}{2}a$$

Note: இயற்கணிதத்திற்கான பொதுவான சூத்திரம்

(i) $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$

(ii) $(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$

(iii) $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

(iv) $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

(v) $(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$

(vi) $(a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$

(vii) $(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$

(viii) $(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2 + b^2)$

(ix) $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + b^2 + ab)$

(x) $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + b^2 + ab)$

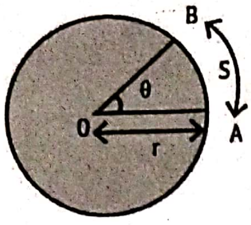
கூட்டு மற்றும் பிரிக்கும் முறை

If $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, then $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$

3. முக்கோணவியல்

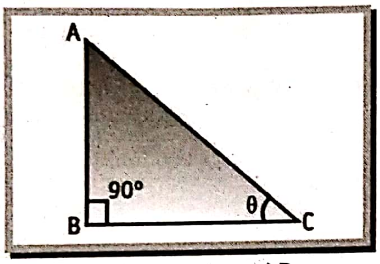
$\text{Angle}(\theta) = \frac{\text{Arc}}{\text{Radius}} = \frac{AB}{OA} = \frac{S}{r}$ (ரேடியன் மதிப்புக்கு மட்டுமே வாய்ப்பாடு சரியாக இருக்கும்) கோணத்தின் அலகு ரேடியன் (அ) டிகிரி. ரேடியன் மற்றும் டிகிரி இடையேயான தொடர்பு,

2π radian = 360°; 1 radian = 57.3°



3.1. முக்கோணவியல் விகிதம்

செங்கோன முக்கோணம் ABC-ல், வலது கோணத்திற்கு எதிரே இருக்கும் மிகப்பெரிய பக்க AC, கர்ணம் என்றும் கோணம் என்றும் θ என்றும் கருதினால் θ-க்கு எதிரே உள்ள பக்கம், AB எதிர்பக்கம் என்றும் BC-ஆனது அடிப்பக்கம் என்றும் அழைக்கபடுகிறது.



$$\sin\theta = \frac{\text{எதிர்பக்கம்}}{\text{கர்ணம்}} = \frac{AB}{AC}$$

$$\operatorname{cosec}\theta = \frac{\text{கர்ணம்}}{\text{எதிர்பக்கம்}} = \frac{AC}{AB}$$

$$\cos\theta = \frac{\text{அடிபக்கம்}}{\text{கர்ணம்}} = \frac{BC}{AC}$$

$$\sec\theta = \frac{\text{கர்ணம்}}{\text{அடிபக்கம்}} = \frac{AC}{BC}$$

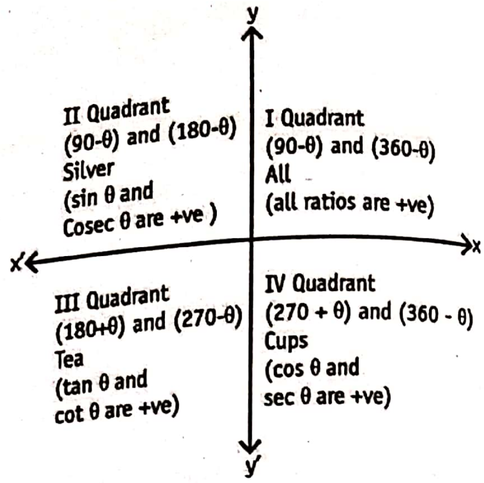
$$\tan\theta = \frac{\text{எதிர்பக்கம்}}{\text{அடிபக்கம்}} = \frac{AB}{BC}$$

$$\cot\theta = \frac{\text{அடிபக்கம்}}{\text{எதிர்பக்கம்}} = \frac{BC}{AB}$$

3.2. அடிப்படை புள்ளிகள்

(i) $\sin\theta$ (அ) $\cos\theta$ மதிப்பு -1 மற்றும் $+1$ இடையில் உள்ளது. எனினும் $\tan\theta$ மற்றும் $\cot\theta$ எந்த உண்மையான மதிப்பையும் கொண்டிருக்கலாம்.

(ii) $\sec\theta$ மற்றும் $\operatorname{cosec}\theta$ மதிப்பு ஒன்றுக்கு குறைவாக இருக்கக்கூடாது.

(iii) 

3.3. முக்கோணவியலின் அடிப்படை தொடர்புகள்

(i) $\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$

(ii) $\operatorname{cosec}\theta = \dfrac{1}{\sin\theta}$

(iii) $\sec\theta = \dfrac{1}{\cos\theta}$,

(iv) $\cot\theta = \dfrac{1}{\tan\theta}$

(v) $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

(vi) $\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$

(vii) $\operatorname{cosec}2\,\theta - \cot2\,\theta = 1$

3.4. இணைந்த கோணங்களின் முக்கோண விகிதங்கள்

பூஜ்ஜியம் (அ) 90° இன் பெருக்கல் θ உடன் கூட்டுத் (அ) வேறுபாடு இருக்கும் கோணங்கள் θ-உடன் இ கோணம் எனப்படும்.

Example: 6

(i) $\cos(-60^\circ)$ (ii) $\tan 210^\circ$ (iii) $\sin 300^\circ$ (iv) cos (v) $\sin(-1485^\circ)$ மதிப்பை காண்க.

Solution

(i) $\cos(-60^\circ) = \cos 60^\circ = \dfrac{1}{2}$s

(ii) $\tan(210^\circ) = \tan(180^\circ + 30^\circ) = \tan 30^\circ = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$

(iii) $\sin(300^\circ) = \sin(360^\circ - 60^\circ) = -\sin 60^\circ = \dfrac{-\sqrt{3}}{2}$

Angle	0°	30°	37°	45°	53°	60°	90°	120°	135°	150°	180°	270°	360°
sin θ	0	1/2	$1/\sqrt{2}$	$1/\sqrt{2}$	$1/\sqrt{2}$	$\sqrt{3}/2$	1	$\sqrt{3}/2$	$1/\sqrt{2}$	1/2	0	−1	0
cos θ	1	$\sqrt{3}/2$	$1/\sqrt{2}$	$1/\sqrt{2}$	$1/\sqrt{2}$	1/2	0	−1/2	$-1/\sqrt{2}$	$-\sqrt{3}/2$	−1	0	1
tan θ	0	$1/\sqrt{3}$	1	1	1	$\sqrt{3}$	∞	$-\sqrt{3}$	−1	$-1/\sqrt{3}$	0	−∞	0

Value of trigonometric ratio of standard angles

θ	(−θ)	(π/2 − θ)	(π/2 + θ)	(π − θ)	(π + θ)	(3π/2 − θ)	(3π/2 + θ)	(2π − θ)	(2π + θ)
cos	cos θ	sin θ	−sin θ	−cos θ	−cos θ	−sin θ	sin θ	cos θ	cos θ
sin	−sin θ	cos θ	cos θ	sin θ	−sin θ	−cos θ	−cos θ	−sin θ	sin θ
tan	−tan θ	cot θ	−cot θ	−tan θ	tan θ	cot θ	−cot θ	−tan θ	tan θ

iv) $\cos(120^\circ) = \cos(90^\circ + 30^\circ) = -\sin 30^\circ = \frac{-1}{2}$

v) $\sin(-1485^\circ) = -\sin(3 \times 360^\circ + 45^\circ) = -\sin 45^\circ$

$-\frac{1}{\sqrt{2}}$

கூட்டல் விதி

(i) $\sin(A + B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$

(ii) $\cos(A + B) = \cos A \sin B - \sin A \cos B$

(iii) $\tan(A+B) = \dfrac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$

$B = A$ என பிரதியிட, கிடைப்பது

(iv) $\sin 2A = 2 \sin A \cos A$

(v) $\cos^2 A = \cos^2 A - \sin^2 A = 1 - 2\sin^2 A = 2\cos^2 A - 1$

(vi) $\tan 2A = \dfrac{2\tan A}{1 - \tan^2 A}$

கழித்தல் விதி

(i) $\sin(A - B) = \sin A \cos B - \cos A \sin B$

(ii) $\cos(A - B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B$

(iii) $\tan(A-B) = \dfrac{\tan A - \tan B}{1 + \tan A \tan B}$

உருமாற்ற விதி

$\sin(A + B) + \sin(A - B) = 2 \sin A \cos B$

$\cos(A - B) - \cos(A + B) = 2 \sin A \sin B$

$\sin(A + B) - \sin(A - B) = 2 \cos A \sin B$

$\cos(A - B) + \cos(A + B) = 2 \cos A \cos B$

நாம் $(A + B) = C$ மற்றும் $(A + B) = D$ என்று வைத்தால், கூட்டி கழிக்கும் போது நமக்கு கிடைப்பது.

$$A = \frac{C+D}{2} \quad \text{and} \quad B = \frac{C-D}{2}$$

இந்த மதிப்புகளை மேலே உள்ள சமன்பாட்டில் பிரதியிட்டால் நமக்கு கிடைப்பது.

(i) $\sin C + \sin D = 2\sin\dfrac{C+D}{2}\cos\dfrac{C-D}{2}$

(ii) $\cos C + \cos D = 2\cos\dfrac{C+D}{2}\cos\dfrac{C-D}{2}$

(iii) $\sin C - \sin D = 2\cos\dfrac{C+D}{2}\sin\dfrac{C-D}{2}$

(iv) $\cos C - \cos D = -2\sin\dfrac{C+D}{2}\sin\dfrac{C-D}{2}$

முக்கோணத்திற்கான sine மற்றும் cosine விதி

ABC முக்கோணத்தின் பக்கங்களாக a, b, c மற்றும் கோணம் A, B மற்றும் C, பின்வரும் சூத்திரங்கள் நன்றாக அமையும்.

(i) $\dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{b}{\sin B} = \dfrac{c}{\sin C}$

(ii) $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$

(iii) $b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos B$

(iv) $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

(v) ABC முக்கோணத்தின் பரப்பு

ABC $= \sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)}$; இங்கு, $S = (a + b + c)/3$

Discussion Problems 1

1. $25 \sin A = 7$, எனில், $\tan A =$

(1) $\frac{7}{25}$

(2) $\frac{7}{24}$

(3) $\frac{25}{24}$

(4) இவற்றில் எதுவும் இல்லை

2. $\sin A - \cos A = 0$, எனில், $\operatorname{cosec} A =$

(1) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (2) $\sqrt{2}$ (3) 2 (4) $\frac{1}{2}$

3. $\cot(-300°) =$

(1) $\sqrt{3}$ (2) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (3) $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ (4) $-\sqrt{3}$

4. $\cos A = \frac{5}{13}, \sin B = \frac{4}{5}$, எனில், $\sin(A + B) =$ ____.

[Note: A, B < 90°]

(1) $\frac{56}{65}$ (2) $\frac{65}{56}$ (3) $\frac{43}{56}$ (4) $\frac{34}{56}$

5. $\cos 100°.\cos 40° + \sin 100°.\sin 40° =$

(1) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (2) $\frac{1}{2}$

(3) 1 (4) None

6. $x = a \cos^2 \theta \sin \theta$, $y = a \sin^2 \theta \cos \theta$, எனில், $(x^2 + y^b)^3/(x^2y^b) =$

(1) a^2 (2) a^4 (3) a (4) None

7. α மற்றும் β என்பன நிரப்பு கோணங்கள் $q \sin \alpha = p$, எனில் $\sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$-ன் மதிப்பு

(1) $\frac{2p^2 + q^2}{q^2}$ (2) $\frac{2p^2 - q^2}{q^2}$

(3) $\frac{2p^2 - q^2}{q^2}$ (4) None

Practice Problems 1

1. $\sin 45°.\operatorname{cosec} 45° =$

(1) 1 (2) $\sqrt{2}$ (3) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (4) $\frac{1}{2}$

2. $\cos 315° =$

(1) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (2) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (3) $\frac{1}{2}$ (4) Non

3. $\operatorname{cosec} 225° =$

(1) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (2) $-\sqrt{2}$ (3) $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ (4) $+\sqrt{}$

4. $\sin 15° =$

(1) $\frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$ (2) $\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$

(3) $\frac{1-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$ (4) None

5. $\cos 75° =$

(1) $\frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$ (2) $\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$ (3) $\frac{1-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$ (4) Non

6. $\cos 105° =$

(1) $\frac{1+\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$ (2) $\frac{1-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$

(3) $\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}+1}$ (4) $\frac{2\sqrt{2}}{1-\sqrt{3}}$

7. $\operatorname{cosec} \theta + \cot \theta = p \ (p \neq 0)$, எனில், $(p^2 + a)$ co

(1) $p^2 + 1$ (2) $p^2 - 1$

(3) $1 - p^2$ (4) None

8. $\sin^2\left(\frac{\pi}{4}\right) + \sin^2\left(\frac{3\pi}{4}\right) + \sin^2\left(\frac{5\pi}{4}\right) + \sin^2\left(\frac{7\pi}{4}\right)$

(1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4

4. மடக்கை

கொடுக்கப்பட்ட தளத்தை பொறுத்து எண்ணின் மடக்கை என்பது அந்த எண்ணைக் குறிக்க அடித்தளத்தை (அ) அடிப்பக்கத்தை உயர்த்த வேண்டிய திறனாகும்.

$a_x = N$, எனில், $\log_a N = x$

இங்கு, x என்பது N-ன் மடக்கைக்கு அடிமானம் a என்று அழைக்கப்படுகிறது.

மடக்கைக்கு இரண்டு சார்புகள் உள்ளன. அடிமானம் 10 -ன் மடக்கைச் சார்பு பொது மடக்கை log எனப்படும் மற்றும் அடிமானம் e எனில் அது இயற்கை மடக்கை ln எனப்படும்.

மடக்கைக்கான முக்கியமான சூத்திரங்கள்

(i) $\log_a(mn) = \log_a m + \log_a n$ (பெருக்கல் விதி)

(ii) $\log_a\left(\frac{m}{n}\right) = \log_a m - \log_a n$ (வகுத்தல் விதி)

(iii) $\log_a m^n = n \log_a m$ (அடுக்கு விதி)

(iv) $\log_a m = \log_b m \log_a b$ (அடிமான மாற்று விதி)

குறிப்பு: எதிர்மடக்கை என்பது மடக்கையின் தலைகீழ் செயல்முறை ஆகும். அதாவது மடக்கை x-ஆக கொண்டிருக்கும் எண்ணானது x-ன் எதிர்மடக்கை ஆகும். $\log n = x$ எனில், $n = \text{antilog } x$

5. ஒரு கோட்டின் சாய்வு

θ என்பது நேர்மறை x-அச்சுடன் நேர்கோடு ஒன்று கடிகார முள் திசைக்கு எதிர் திசையில் ஏற்படுத்தும் கோணம் என்றால், tanθ -ன் மதிப்பு கோட்டின் சாய்வு ஆகும் (சரிவு-gradient என்றும் அழைக்கப்படும்) மற்றும் இது m என்று குறிப்பிடபடுகிறது. சாய்வு $\Rightarrow m = \tan\theta$

E.g.: ஒரு கோடு -அச்சுடன் 45° கோணத்தை ஏற்படுத்துகிறது எனில், $m = \tan 45° = 1$.

(i) x அச்சின் சாய்வு (அ) x அச்சுக்கு இணையாக இருக்கும் கோட்டிற்கு $\tan 0° = 0$.

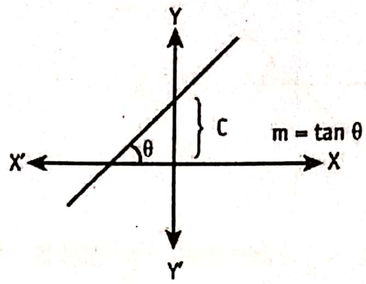
(ii) y அச்சின் சாய்வு (அ) y அச்சுக்கு இணையாக இருக்கும் கோட்டிற்கு $\tan 90° = \infty$.

(iii) (x_1, y_1) மற்றும் (x_2, y_2) இரண்டு புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டின் சாய்வு

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

5.1. நேர்கோட்டு சாய்வு சமன்பாட்டின் வெவ்வேறு வடிவங்கள்

வெட்டு வடிவம்



சாய்வு m மற்றும் y–அச்சில் வெட்டும் புள்ளி c எனில் அந்த கோட்டின் சமன்பாடு $y = mx + c$. கோடானது ஆதி புள்ளியின் வழியே செல்கிறது எனில் $c = 0$. ஆகவே ஆதி புள்ளியின் வழியே செல்லும் ஒரு நேர்கோடு மற்றும் அதன் சாய்வு m எனில் அதன் சமன்பாடு $y = mx$.

இரண்டு புள்ளி வடிவம்

(x_1, y_1) மற்றும் (x_2, y_2) எனும் இரண்டு புள்ளியின் வழியே செல்லும் நேர்கோட்டின் சமன்பாடு -

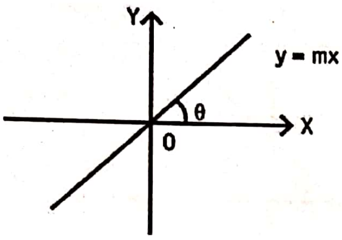
$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$$

6. வரைபடம்

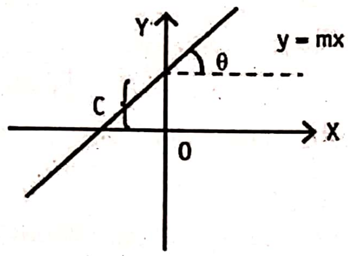
வரைபடம் என்பது ஒரு கோடு நேராகவோ அல்லது வளைந்தோ இருப்பதாகும். அதாவது ஒன்றுகொன்று தொடர்புடைய இரண்டு கணியன்(quantity) ஒன்று மற்றொன்றை சார்ந்து இருப்பதை விளக்குவதாகும்.

ஒன்றுகொன்று தொடர்புடைய இரண்டு கணியன் (quantity), ஒன்று (சாராமாறி) அதன் மதிப்பு மாறும் நிலையில் மற்றொனறின் மதிப்பு அதன் விளைவாக மாறினால் அது சார்ந்தமாறி ஆகும். மாறாக, ஒரு வரைபடத்தில் x-அச்சில் ஒரு சாராமாறியும் (i.e. cause) மற்றும் y-அச்சில் ஒரு சார்ந்தமாறியும் (i.e. effect) கொண்டாதாக இருக்கலாம்.

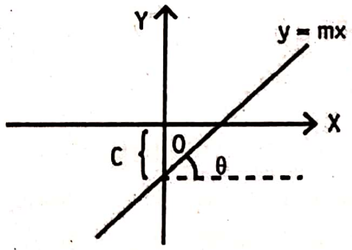
சில முக்கியமான வரைபடங்களும் அதன் சமன்பாடுகளும்



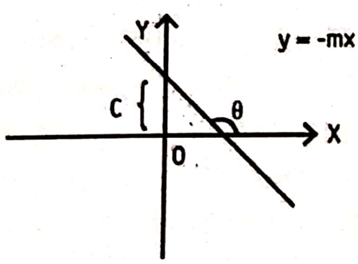
m=tan θ = x-அச்சை பொறுத்து நேர்கோட்டின் சாய்வு



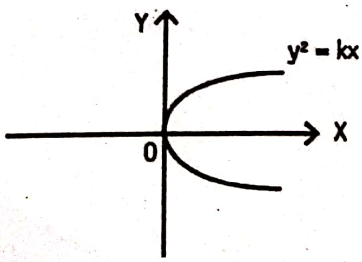
Y-அச்சில் C = நேர்குறி வெட்டு மற்றும் நேர்குறி சாய்வு



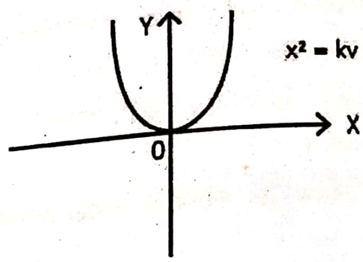
எதிர்குறி வெட்டு மற்றும் எதிர்குறி சாய்வு



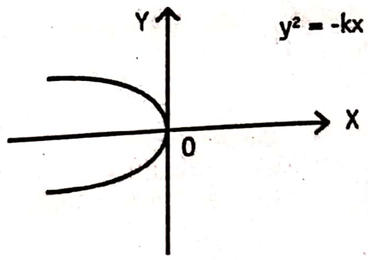
நேர்குறி வெட்டு மற்றும் எதிர்குறி சாய்வு



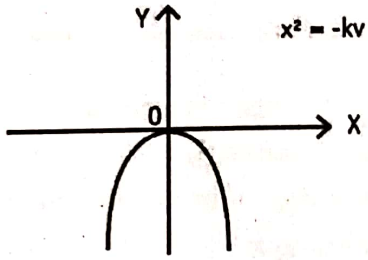
நேர்குறி X-அச்சை பொறுத்து சமச்சீர் பரவளையம்



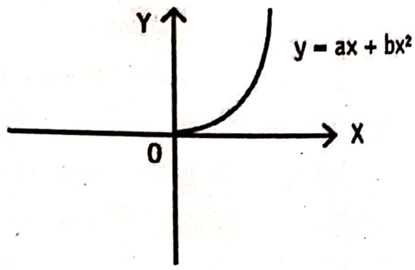
நேர்குறி Y-அச்சை பொறுத்து சமச்சீர் பரவளையம்



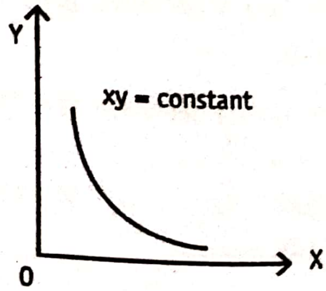
எதிர்குறி X-அச்சை பொறுத்து சமச்சீர் பரவளையம்



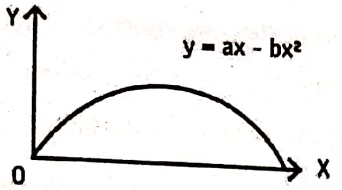
எதிர்குறி Y-அச்சை பொறுத்து சமச்சீர் பரவளையம்



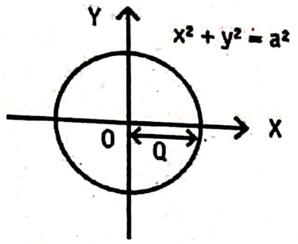
சமச்சீரற்ற பரவளையம்



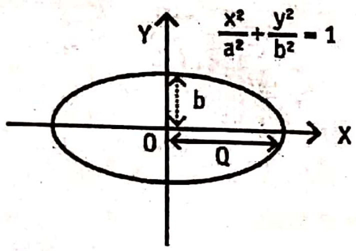
செவ்வகப் பரவளையம்



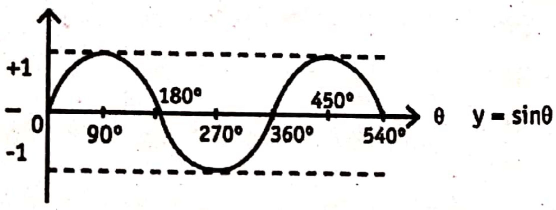
சமச்சீர் பரவளையம்



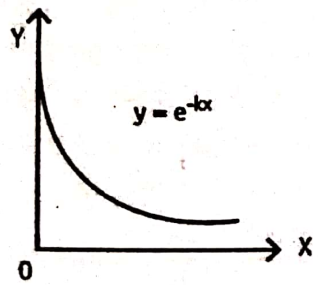
'a' ஆரம் கொண்ட வட்டம்



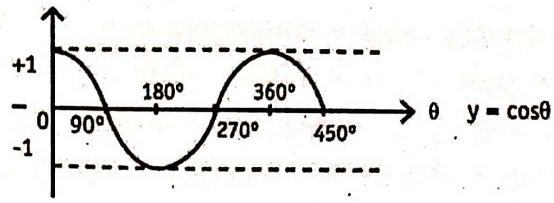
a குற்றச்சு மற்றும் b நெட்டச்சு கொண்ட நீள்வட்டம்



sin வரைபடம்



படிக்குறி (Exponential) வரைபடம்



cosine வரைபடம்

7. வகை நுண் கணிதம்

நிலையான அளவு

ஏதேனும் ஒரு அளவு பல்வேறு கணித செயல்பாடுகளுக்கு பிறகும் மாறாமல் இருந்தால் அது நிலையான அளவு ஆகும்.

E.g.: , முழு எண் (4, 7, 13...), பின்ன எண் (1/2, 4/5), π, e, etc.,

மாறி அளவு

ஏதேனும் ஒரு அளவு பல்வேறு கணித செயல்பாடுகளுக்கு பிறகு வெவ்வேறு மதிப்பாக இருந்தால் அது மாறி அளவு ஆகும்

E.g.: (i) இந்த சமன்பாட்டில் $y = 2x + 3$, x மற்றும் y மாறிகள்.

(ii) இந்த சமன்பாட்டில் $F = ma$ இங்கு F, m மற்றும் a மாறிகள்.

மாறிகள் இரண்டு வகைகளாக பிரிக்கப்படிகின்றன

(a) சரா அளவுகள்,

(b) சார்ந்த அளவுகள்.

இந்த சமன்பாட்டில் $y = 2x + 3$, x என்பதது சாரா அளவு மற்றும் y என்பது சார்ந்த அளவு.

7.1. சார்பு

x ன் ஏதேனும் ஒரு வரையறுத்த மதிப்புக்கு நிகரான ஒரு வரையறுத்த y மத்ப்பும் இருக்கும், எனில் y ஆனது x ன் சார்பு. இதை $y = f(x)$ என குறிப்பிடலாம். இந்த சமன்பாடானது x ன் ஒவ்வொரு வரையறுத்த மதிப்புக்கு நிகரான மாறக்கூடிய வரையறுத்த y மதிப்பு இருக்கும்.

E.g.: $y = 2x$ என்க, இங்கு $x = 1$ எனில் $y = 2$; இங்கு $x = 2$ எனில் $y = 4$... எனவே, x ன் ஒவ்வொரு வரையறுத்த மதிப்புக்கு நிகரான மாறக்கூடிய வரையறுத்த y மதிப்பு இருக்கும்.

7.2. வேறுபாடு மற்றும் வகைகெழு

y என்பது x ன் சார்பாக கருதுக. இதை $y = f(x)$ என குறிப்பிடலாம். இங்கு x மற்றும் y என்பன மாறிகள். x ன் மதிப்பானது x லிருந்து $x + \Delta x$ மற்றும் அதற்கு நிகரான y ன் மதிப்பு y லிருந்து $y + \Delta y$ என மாறுகிறது.

மாறி அளவுகளின் தொடக்க மற்றும் இறுதி மதிப்புகளின் மாறுபாட்டை வேறுபாடு எனலாம்.

x ன் வேறுபாடு $= (x + \Delta x) - x = \Delta x$;

y ன் வேறுபாடு $= (y + \Delta y) - y = \Delta y$

$\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ ன் விகிதம் என்பது மாறி அளவுகளின் அதிகரிப்பின் வகுத்தல் எனலாம்.

x ன் வேறுபாடு (i.e.,Δx) மிகச் சிறியதாக இருப்பின் i.e., அதாவது அதன் மதிப்பு பூஜ்ஜியத்தை நெருங்கி இருக்கும், எனில் $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ ஐ $\dfrac{dy}{dx}$ க்கு சமமாக எழுதலாம்.

கணிதவியல் முறைப்படி மேற்கூறிய கூற்றை $\lim\limits_{\Delta \to 0} \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{dy}{dx}$ or $\mathop{Lt}\limits_{\Delta \to 0} \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{dy}{dx}$ என எழுதலாம். இந்த சமன்பாட்டில் $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ என்பது is the ratio of a small quantity Δy ன் சிறிய அளவுக்கும் Δx ன் சிறிய அளவுக்கும் இடையேயான விகம் ஆகும். அனால் $\Delta y/\Delta x$ என்பது ஒரு ஒற்றை அளவு மற்றும் அதனை x ஐ பொறுத்து y ன் வகைக்கெழு என்று அழைக்கப்படுகிறது.

$$\frac{dy}{dx} = \mathop{Lt}_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \mathop{Lt}_{\Delta x \to 0} \left[\frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}\right]$$

ஒரு சாராமாறிகளை பொறுத்து ஒரு சார்ந்த மாறிகளின் மாறுபாட்டு வீதம் வகைக்கெழு or வகையிடுதல் எனலாம்.

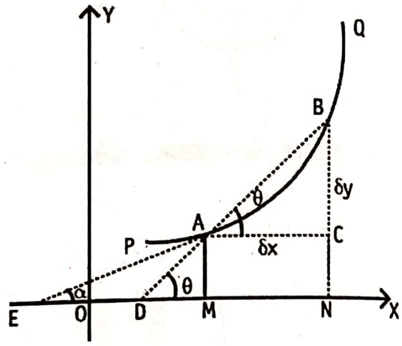
$\dfrac{d}{dx}$ என்பது d ஆனது dx ஆல வகுப்பது என்று பொருள் கொள்ளகூடாது. அது ஒரு கணித செயல் குறியீடு ஆதாவது வகையிடுதல் குரியேஉ ஆகும்.

வகையிடல் முறை

ஒரு சார்பின் வகைகேலுவை கணக்கிடும் செயல்முறை வகையிடல் எனப்படும்.

வகையிடலின் வடிவியல் பொருள்

ஒரு சார்பை குறிக்கும் வரைபடத்தில் ஏதேனும் புள்ளியின் வகைக்கெழு $\dfrac{dy}{dx}$ என்பது அந்த புள்ளி வரைபடத்தின் சாய்வு ஆகும். நேர்குறி x- திசையில் அந்த வரைபடத்தில் உள்ள அந்த புள்ளி வரையப்படும் ஒரு தொடுகோடினால் உருவா கோணம். மேலும் $\dfrac{dy}{dx}$ என்பது அந்த புள்ளியில் பொறுத்து y ன் கணநேர மாறுபாடு ஆகும்.



மேலே கொடுக்கப்பட்டுள வரைபடத்தின் வ PQ ஆனது $y = f(x)$ எனும் சார்பை குறிக்கிற புள்ளியின் ஆயக்கூறு (x, y) மற்றும் அதேபோ புள்ளியின் ஆயக்கூறு $(x - \delta x,\ y + \delta y)$ என படத்தில் காட்டியுள்ளபடி சரியான பொருத் செங்குத்து கோடுகள் வரையப்பட்டுள்ளது.

$AC = ON - OM = (x + \delta x) - x = \delta x$

$BC = BN - CN = (y + \delta y) - y = \delta y$

$\dfrac{\delta y}{\delta x} = \dfrac{BC}{AC} = \tan\theta$, இங்கு θ என்பது AB நேர் நேர்குறி x–அச்சு திசையை பொறுத்து உருவா கோணம். $\delta x \to 0$ எனும் போது, B ஆனது ஏறக்கு A உடன் மேற்பொருந்துகிறது, நேர்கோடான புள்ளியை பொருத்து ஏறக்குறைய வளை தொடுகோடாக இருக்கும் மற்றும் நேர்கோடு x–அச்சு திசையை பொறுத்து உருவாக்கும் கோ ஆகும். அதாவது $\delta x \to 0$, எனில் $\theta \to \infty$.

$$\lim_{\delta x \to 0} \frac{\delta y}{\delta x} = \tan\alpha \quad \text{or} \quad \frac{dy}{dx} = \tan\alpha$$

ஏதேனும் ஒரு புள்ளியின் வகைக்கெழு அந்த புள்ளியின் சாய்வை கொடுக்கும்.

7.3. வகையிடலின் அடிப்படை தேற்றங்கள்

(1) மாறிலி சார்பின் வகையிடல் பூஜ்யமாகும்.

$y = f(x) = c$ என்க. இங்கு c என்பது மாறிலி.

எனில் $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{2x}(2a) = 0$

Example: 7

$y = 2a$ ன் வகைகெழுவை காண்க. இங்கு a என்பது மாறிலி

Solution

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(2a) = 0$$

(2) x^n எனும் உறுப்பின் வகைக்கெழு என்பது x ன் அடுக்கு ஒன்று குறைத்து பின் n உடன் பெருக்க கிடைப்பது.

$y = x^n$ என்க, எனில் $\frac{dy}{dx} = nx^{n-1}$, இங்கு n ன் மதிப்பு நேர்குறி or எதிர்குறி தன்மை கொண்டது.

Example: 8

x ஐ பொறுத்து வகைகெழுவை காண்க (i) $y = x^{10}$ and (ii) $y = x^{-2}$.

Solution

(i) $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(x^{10}) = 10x^9$

(ii) $\frac{d}{dx}(x^{-2}) = -2x^{-2-1} = -2x^{-3}$

(3) ஒரு சார்பு மற்றும் ஒரு மாறிலியின் பெருக்கு தொகையின் வகையிடல் என்பது மாறிலி மற்றும் சார்பின் வகையிடலின் பெருக்கு தொகை ஆகும்.

u எனபது x ந சார்பு மற்றும் "c" எனபது மாறிலி என்க. i.e., $y = cu$. எனில் $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(cu) = c\frac{du}{dx}$

Example: 9

x ஐ பொறுத்து வகைகெழுவை காண்க $y = 8x^8$.

Solution

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(8x^8) = 8\frac{d}{dx}(x^8) = 8 \times 8 \times x^{8-1} = 64x^7$$

(4) இரண்டு சார்புகளின் இயற்கணித கூட்டுதொகையின் வகையிடுதல் என்பது அந்த சார்புகளின் வகையிடுதலின் கூட்டுதொகைக்கு சமமாக இருக்கும்.

y என்பது $u \pm v \pm w \pm \ldots$ என்க. இங்கு u, v, w... என்பன x ன் சார்புகள் ஆகும். எனில்

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(u \pm v \pm w \pm \ldots) = \frac{d}{dx}(u) \pm \frac{d}{dx}(v) \pm \frac{d}{dx}(w) \pm \ldots$$

Example: 10

x ஐ பொறுத்து $y = 3x^4 + 2x^2 - 10x$ ன் வகைகெழுவை காண்க.

Solution

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(3x^4 + 2x^2 - 10x) = \frac{d}{dx}(3x^4) + \frac{d}{dx}(2x^2) - \frac{d}{dx}(10x)$$

$$= 4.3.x^{4-1} + 2.2.x^{2-1} + 10.x^{1-1} = 12x^3 + 4x - 10$$

7.4 வகையிடல் விதிகள்

(1) பெருக்கல் விதி (Product Rule)

இரண்டு சார்புகளின் பெருக்குதொகையின் வகையிடல் = 1^{st} சார்பு × 2^{nd} சார்பின் வகைக்கெழு + 2^{nd} சார்பு × 1^{st} சார்பின் வகைக்கெழு.

$y = u\,v$ என்க. இங்கு u மற்றும் v என்பன x ன் சார்பு.

எனில் $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(uv) = u\frac{dv}{dx} + v\frac{du}{dx}$

Example: 11

x ஐ பொறுத்து வகைகெழுவை காண்க. $y = x(x^2 - 2x)$.

Solution

இங்கு, $u = x, v = x^2 - 2x \frac{dy}{dx}$

$$= \frac{d}{dx}[x(x^2 - 2x)] = x\frac{d}{dx}(x^2 - 2x) + (x^2 - 2x)\frac{d}{dx}(x)$$

$$= x(2x - 2) + (x^2 - 2x) \times 1 = 3x^2 - 4x$$

(2) வகுத்தல் விதி (Quotient Rule)

வகைமையான இரண்டு சார்புகளின் வகைக்கெழு = [2^{nd} சார்பு × 1^{st} சார்பின் வகையிடல் − 1^{st} சார்பு × 2^{nd} சார்பின் வகையிடல்] வகுத்தல் இரண்டாவது சார்பின் இருமடி.

$y = u/v$ என்க. இங்கு u மற்றும் v இரண்டும் x ன் சார்பு.

எனில், $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(u/v) = \frac{v(du/dx) - u(dv/dx)}{v^2}$

(3) இணைப்பு விதி or சார்பின் சார்பு விதி

$y = f(u)$ என்க. இங்கு y என்பது u ந சார்பாகவும் மற்றும் u என்பது x ன் சார்பாகவும் இருக்கும்.

எனில் $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du}.\frac{du}{dx}$

Example: 12

x ஐ பொறுத்து வகைகெழுவை காண்க $y = (4x^2 - 5x + 10)^{10}$.

Solution

Let $4x^2 - 5x + 10 = u$. Then $y = u^{10}$

$\frac{dy}{du} = \frac{d}{du}(u^{10}) = 10u^9$ (a)

$\frac{du}{dx} = \frac{d}{du}(4x^2 - 5x) + 10 = (8x - 5)$ (b)

Now, $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du}.\frac{du}{dx} = 10u^9 \times (8x - 5)$

$= 10(4x^2 - 5x + 10)^9 \times (8x - 5)$

(4) வகையிடலின் துணையலகு மாறிகளின் வடிவம் (Differentiation of parametric forms)

x மற்றும் y என்பன θ எனும் துணையலகு மாறியின் சார்பு.

எனில் $\frac{dy}{dx} = \frac{dy/d\theta}{dx/d\theta}$

Example: 13

$\frac{dy}{dx}$ ஐ கணக்கிடு, கொடுக்கப்பட்டது $x = a\cos^3\theta$ மற்றும் $y = b\sin^3\theta$

Solution

$\frac{dx}{d\theta} = a.3\cos^2\theta\frac{d}{d\theta}(\cos\theta)$

$= 3a\cos^2\theta(-\sin\theta) = -3a\sin\theta\cos^2\theta$ ...(a)

$\frac{dy}{d\theta} = b.3\sin^2\theta\frac{d}{d\theta}(\sin\theta) = 3b\sin^2\theta\cos\theta$ ...(b)

$\frac{dy}{dx} = \frac{dy/d\theta}{dx/d\theta} = \frac{3b\sin^2\theta\cos\theta}{-3a\sin\theta\cos^2\theta} = \frac{-b}{a}\tan\theta$

Example: 14

x ஐ பொறுத்து வகைகெழுவை காண்க

(i) x^3 (ii) $\sqrt{x}$ (iii) $ax^2 + bx + c$

(iv) $2x^3 + e^x$ (v) $6\log e^x - \sqrt{x} - 7$

Solution

(i) $\frac{d}{dx}(x^3) = 3x^2$

(ii) $\frac{d}{dx}(x)^{1/2} = \frac{1}{2}(x)^{\frac{1}{2}-1} = \frac{1}{2}(x)^{-1/2} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

(iii) $\frac{d}{dx}(ax^2 + bx + c) = a\frac{d}{dx}(x^2) + b\frac{d}{dx}(x) + \frac{d}{dx}(c$

$= 2ax + b$

(iv) $\frac{d}{dx}(2x^3 - e^x) = 2\frac{d}{dx}(x^3) - \frac{d}{dx}(e^x) = 6x^2 - e^x$

(v) $\frac{d}{dx}(6\log_e x - \sqrt{x} - 7)$

$= 6\frac{d}{dx}(\log_e x) - \frac{d}{dx}(x^{1/2}) - \frac{d}{dx}(7) = \frac{6}{x} - \frac{1}{2\sqrt{x}}$

Example: 15

x ஐ பொறுத்து வகைகெழுவை காண்க

(i) $\sin x + \cos x$ (ii) $\sin x + e^x$

Solution

(i) $\frac{d}{dx}(\sin x + \cos x) = \frac{d}{dx}(\sin x) + \frac{d}{dx}(\cos x)$

$= \cos x - \sin x$

(ii) $\frac{d}{dx}(\sin x + e^x) = \frac{d}{dx}(\sin x) + \frac{d}{dx}(e^x) = \cos x + e^x$

Example: 16

t ஐ பொறுத்து வகைகெழுவை காண்க.

(i) $\sin t^2$ (ii) $e^{\sin t}$ (iii) $\sin(\omega t + \theta)$

Solution

(i) $\frac{d}{dt}(\sin t^2) = \cos t^2\frac{d}{dt}(t^2) = 2t\cos t^2$

(ii) $\frac{d}{dt}(e^{\sin t}) = e^{\sin t}\frac{d}{dt}(\sin t) = e^{\sin t}.\cos t$

(iii) $\frac{d}{dt}[\sin(\omega t + \theta)] = \cos(\omega t + \theta).\frac{d}{dt}(\omega t + \theta)$

$= \cos(\omega t + \theta).\omega$

Example: 17

x ஐ பொறுத்து வகைகெழுவை காண்க $\frac{x^2+e^x}{\log x+20}$.

Solution

$y = \frac{x^2+e^x}{\log x+20}$ என்க.

எனில் $\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\left(\frac{x^2+e^x}{\log x+20}\right)$

$$= \frac{(\log x+20)\frac{d}{dx}(x^2+e^x) - (x^2+e^x)\frac{d}{dx}(\log x+20)}{(\log x+20)^2}$$

$$= \frac{(\log x+20)(2x+e^x) - (x^2+e^x)\left(\frac{1}{x}+0\right)}{(\log x+20)^2}$$

Example: 18

x ஐ பொறுத்து வகைகெழுவை காண்க.
$y = (x^2 + a)/(x - a)$.

Solution

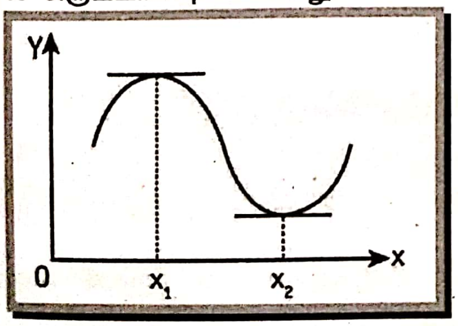
இங்கு, $u = x^2 + 1$, $v = x - 1$.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\left[\frac{(x^2+1)}{(x-1)}\right] = \frac{(x-1)\frac{d}{dx}(x^2+1) - (x^2+1)\frac{d}{dx}(x-1)}{(x-1)^2}$$

$$= \frac{(x-1)\times 2x - (x^2+1)\times 1}{(x-1)^2} = \frac{x^2-2x-1}{(x-1)^2}$$

8. பெருமம் மற்றும் சிருமம்

படத்தில் காட்டியுள்ளபடி y எனும் அளவானது x ஐ சார்ந்து உள்ளது. மேலும் அது x_1 ல் பெருமமாகவும் மற்றும் x_2 ல் சிருமமாகவும் உள்ளது.



அந்த புள்ளிகளில் வரையப்படும் தொடுகோடு X-அச்சுக்கு இணையாக இருக்கும் மற்றும் அதன் சாய்வு $\tan\theta = 0$. ஆனால் வளைவின் சாய்வானது ஆனது வளைவின் மாறுபாட்டு வீதம் $\frac{dy}{dx}$ க்கு சமமாக இருக்கும். எனவே பெருமம் அல்லது சுரும புள்ளியில் $\frac{dy}{dx} = 0$

சாய்வானது பெரும புள்ளிக்கு முந்தய நிலையில் நேர்குறி தன்மை கொண்டதாக இருக்கும், பெரும புள்ளியில் பூஜ்ஜியமாகவும் மற்றும் பெரும புள்ளிக்கு பின் எதிர்குறி கொண்டதாகவும் இருக்கும். எனவே பெரும புள்ளியில் $\frac{dy}{dx}$ ன் மதிப்பு குறைய தொடங்கும் மற்றும் $\frac{dy}{dx}$ ன் மாறுபடும் வீதம் பெரும புள்ளியில் எதிர்குறியாக இருக்கும். i.e., $\frac{d}{dx}\left(\frac{dy}{dx}\right) < 0$ பெரும புள்ளியில்.

எனவே பெருமத்திற்க்கான நிபந்தனைகள்: $\frac{dy}{dx} = 0$ மற்றும் $\frac{d^2y}{dx^2} < 0$ (இரண்டாவது வகைகெழு)

அதேபோல், சிறும புள்ளியில் சய்வானது எதிர்குறியில் இருந்து நேர்குறியாக மாறும். அவ்வாறு சாய்வு அந்த புள்ளியில் அதிகரிக்கும் மற்றும் $\frac{d}{dx}\left(\frac{dy}{dx}\right) > 0$ என இருக்கும்.

எனவே சிறுமத்திற்க்கான நிபந்தனைகள்: $\frac{dy}{dx} = 0$ மாறும் $\frac{d^2y}{dx^2} > 0$ (இரண்டாவது வகைகெழு)

Example: 19

u திசைவேகத்தில் மேல்நோக்கி எறியப்படும் ஒரு துகளானது t வினாடியில் h உயர்த்தை அடைகிறது, அதன் மதிப்பு $h = ut - \frac{1}{2}gt^2$. துகளானது அதன் பெரும உயரத்தை அடையும் நேரம் எவ்வளவு?

Solution

பெரும உயரத்தில் $\frac{dh}{dt} = 0$

$$\frac{d}{dt}\left[ut-\frac{1}{2}gt^2\right]=u-\frac{2gt}{2}=0$$

$$\therefore t=\frac{u}{g}$$

Example: 20

ஒரு இரும்பு வளையமானது வெப்பபடுத்தப்படுகிறது. எதேனும் ஒரு நேரம் t வினாடியில் அதன் பரப்பு

$A=3t^2+\frac{t}{3}+2\ m^2$

$t=10$ sec ல் அதன் பரப்பு மாறுபடும் விதம் எவ்வளவு?

Solution

பரப்பு மாறுபடும் விதம் $\frac{dA}{dt}=\frac{d}{dt}\left(3t^2+\frac{t}{3}+2\right)=6t+\frac{1}{3}$

$$\left(\frac{dA}{dt}\right)_{t=10\,sec}=6\times10+\frac{1}{3}=\frac{181}{3}\ \frac{m^2}{sec}.$$

Example: 21

கோளவடிவ நீர் குமிழியின் ஆறாம் $\frac{1}{2}$ cm/sec எனும் விதத்தில் மாறுபடுகிறது. அதன் ஆரம் 1 cm ஆக இருக்கும் போது அதன் பருமன் மாறுபடும் விதம் எவ்வளவு?

Solution

கோளவடிவ நீர் குமிழியின் பருமன் $V=\frac{4}{3}\pi R^3$

இரண்டு பக்கமும் நேரத்தை பொறுத்து வகைபடுத்துக

$$\frac{dV}{dt}=\frac{d}{dt}\left(\frac{4}{3}\pi R^3\right)=\frac{4}{3}\pi.3R^2.\frac{dR}{dt}=4\pi R^2\frac{dR}{dt}$$

$R=1$ cm ல், $\frac{dV}{dt}=4\pi\times(1)^2\times\frac{1}{2}=2\pi\ cm^3/sec.$

[கொடுக்கப்பட்டது $\frac{dR}{dt}=\frac{1}{2}$ cm/sec]

Example: 22

$y=3x^2-7x+5$ எனும் வளைவில் ஒரு தொடுகோடு (1, 1) எனும் புள்ளியில் வரையப்படுகிறது. அந்த தொடுகோடு x-அச்சுடன் உருவாக்கும் கோணம் எவ்வளவு?

Solution

$y=3x^2-7x+5$

தொடுகொட்டின் சாய்வு $=\frac{dy}{dx}=6x-7$

(1, 1) புள்ளியில் $\frac{dy}{dx}=-1\ \therefore\ \tan\theta=-1\Rightarrow\theta=13$

Discussion Problems 2

1. x ஐ பொறுத்து y ஐ வகைபடுத்துக.
   (1) $y=x^2-6x$
   (2) $y=x^5+2e^x$
   (3) $y=4\ln x+\cos x$
2. x ஐ பொறுத்து y ன் முதல் வகைக்கெழு கணக்கிடுக.
   (1) $y=e^{-x}$
   (2) $y=4\sin 3x$
   (3) $y=4e^{x^2-2x}$
3. $y=5x^2-2x+1$ க்கான x ன் சிறும ம கணக்கிடுக.
   (1) $\frac{1}{5}$ (2) $\frac{2}{5}$ (3) $\frac{4}{5}$ (4) $\frac{3}{5}$
4. $12y=x^3$ எனும் வளைவில் ஒரு துகளானது நக x = 10 எனும் போது எந்த ஆயக்கூறின் மா விதம் வேகமாக மாறும்?
   (1) x-ஆயக்கூறு (2) y- ஆயக்கூறு
   (3) x மற்றும் y- ஆயக்கூறு (4) போதவில்லை
5. $y=6x^2-11x+5$ எனும் வளைவில் தொடுகோடு at the point (1, 1) எனும் புள் வரையப்படுகிறது. அந்த தொடுகோடு x-அ உருவாக்கும் கோணம் எவ்வளவு?

Practice Problems 2

1. x ஐ பொறுத்து y ன் முதல் வகைக்கெ கணக்கிடு

(1) $y = x^2 \sin x$

(2) $y = 4(e^x)\cos x$

2. x ஐ பொறுத்து y ன் முதல் வகைகெழுவை கணக்கிடு

(1) $y = \dfrac{\sin x}{x}$ (2) $y = \dfrac{4x^3}{e^x}$

3. ஒரு வட்ட தகட்டின் ஆரமானது வினாடிக்கு 0.1 cm எனும் வீதத்தில் அதிகரிக்கிறது. தகட்டின் ஆரம் $\dfrac{5}{\pi}$ cm ஆக இருக்கும் போது அதன் பரப்பு மாறுபடும் வீதம் எவ்வளவு?

4. ஒரு கனசதுரத்தின் புறபரப்பு 5 m^2/s எனும் வீதத்தில் மாறுபடுகிறது, எனில் கனசதுரத்தின் பக்கத்தின் நீளம் 1 m ஆக இருக்கும் போது அதன் விட்டம் மாறுபடும் வீதம் எவ்வளவு?

(1) 5 m/s (2) $5\sqrt{3}$ m/s

(3) $\dfrac{5}{2}\sqrt{3}$ m/s (4) $\dfrac{5}{4\sqrt{3}}$ m/s

5. $y = 25x^2 - 10x + 5$ க்கான x ன் சிறும மதிப்பை கணக்கிடுக.

6. x ஐ பொறுத்து y ன் முதல் வகைகெழுவை கணக்கிடு

(a) $(x - 1)(2x + 5)$

(b) $(9x^3 - 8x + 7)(3x^5 + 5)$

(c) $\dfrac{1}{2x+1}$

(d) $\dfrac{3x+4}{4x+5}$

(e) $\dfrac{x^2}{x^3+1}$

9. தொகை நுண் கணிதம்

தொகையிடல் என்பது வகையிடலின் எதிர் நிகழ்வு. இங்கு $\int$ எனும் குறியீடு தொகையிடலை குறிக்கிறது.

x ஐ பொறுத்து F(x) என்பது f(x) ன் வகைகெழு எனில், then by integrating f(x) ஐ தொகையிடுதல் மூலம் F(x) ஐ பெறலாம்.

(1) தொகையிடலின் அடிப்படை சூத்திரங்கள்

$\int x^n dx = \dfrac{x^{n+1}}{n+1}$, இங்கு $n \neq -1$

$$\int dx = \int x^0 dx = \frac{x^{0+1}}{0+1} = x$$

$$\int (u+v)dx = \int u\,dx + \int v\,dx$$

$$\int cu\,dx = c\int u\,dx$$

இங்கு c என்பது மாறிலி மற்றும் u என்பது x ன் சார்பு.

$$\int cx^n dx = c\frac{x^{n+1}}{n+1}$$

$$\int x^{-1}dx = \int \frac{dx}{x} = \log_e x$$

$$\int e^x dx = e^x$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\log_e a}$$

$$\int \sin x\,dx = -\cos x$$

$$\int \sin nx\,dx = \frac{-\cos nx}{n}$$

$$\int \cos x\,dx = \sin x$$

$$\int \cos nx\,dx = \frac{\sin nx}{n}$$

$$\int \sec^2 x\,dx = \tan x$$

$$\int \mathrm{cosec}^2 x\,dx = -\cot x$$

$$\int \sec x \tan x\,dx = \sec x$$

$$\int \mathrm{cosec}\,x \cot x\,dx = -\mathrm{cosec}\,x$$

$$\int \frac{a}{(ax+b)}dx = \frac{a\log_e(ax+b)}{\frac{d}{dx}(ax+b)} = \log_e(ax+b)$$

$$\int e^{ax+b}dx = \frac{e^{ax+b}}{\frac{d}{dx}(ax+b)} = \frac{e^{ax+b}}{a}$$

$$\int (ax+b)^n dx = \frac{(ax+b)^{n+1}}{(n+1)\frac{d}{dx}(ax+b)} = \frac{(ax+b)^{n+1}}{a(n+1)}$$

(2) தொகை காண வழிமுறைகள்

வகையிடுதல் போன்று தொகையிடுதல் காண்பது அவ்வளவு எளிதானதன்று. இந்நிலையில் ஒரு சார்பின் தொகையிடலைக் காண சில தொகையீட்டு விதிகள் உள்ளன. தொகையிடுதலில் இரண்டு முக்கிய முறைகள் உள்ளன.

(i) பிரதியிடுதல் முறையில் தொகையிடுதல்: நேரடியாக தொகையிடுதல் செய்யமுடியாத சார்புகளை தகுந்த பிரதியிடுதல் முறையின் மூலம் தொகையிடக்கூடிய வரையறுக்கப்பட்ட சார்புகளாக மாற்றப்பட்டு தொகையிடப்படுகிறது.

(ii) பகுதித் தொகையிடுதல்: இந்த முறை தொகையிடுதலில் கீழ்க்கண்ட விதிகளை பயன்படுத்தலாம்.

இங்கு u மற்றும் v ஆகியவை வகையிடதக்க சார்புகள் எனில்,

$$d(uv) = vdu + udv$$

$$udv = d(uv) - vdu$$

தொகையீடு காண

$$\int udv = \int d(uv) - \int uv$$

$$\int udv = uv - \int vdu$$

Example: 23

x பொறுத்து கீழ்க்கண்டவற்றை தொகைபடுத்துக

(i) $x^{1/2}$ (ii) $\cot^2 x$ (iii) $\dfrac{1}{1-\sin x}$

Solution

(i) $$\int x^{1/2}dx = \frac{x^{1/2+1}}{\frac{1}{2}+1} = \frac{2}{3}(x^{3/2})$$

(ii) $$\int \cot^2 x\,dx = \int(\mathrm{cosec}^2 x - 1)dx$$
$$= \int \mathrm{cosec}^2 x\,dx - \int dx = -\cot x - x$$

(iii) $$\int \frac{1}{1-\sin x}dx = \int\left(\frac{1}{1-\sin x}\times\frac{1+\sin x}{1+\sin x}\right).dx$$
$$= \int \frac{1+\sin x}{1-\sin^2 x}dx = \int \frac{1}{\cos^2 x} + \frac{\sin x}{\cos^2 x}dx$$
$$= \int(\sec^2 x + \tan x \sec x)dx = \tan x + \sec x.$$

(3) வரையறுத்த தொகையிடல்

ஒரு சார்பை வரையறுத்த வரம்புகளுக்கு இடையே தொகைபடுத்துவது வரையறுத்த தொகையிடல் ஆகும்.

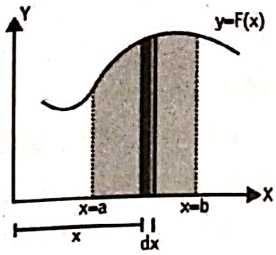
உதாரணமாக,

$\int_a^b f(x)dx$ என்பது a மற்றும் b எனும் எல்லைகளை கொண்ட f(x) எனும் சார்பின் வரையறுத்த தொகையிதலை கீழ்க்கண்டவாறு எழுத

$$\int_a^b f(x)\,dx = |F(x)|_a^b = F(b) - F(a)$$

இங்கு a என்பது சார்பின் கீழ் எல்லை மற்றும் b எ சார்பின் மேல் எல்லை.

வடிவியலின் அடிப்படையில் $\int_a^b f(x)dx$ என்பது எனும் வளைவரையில் எல்லை a மற்றும் b இடையேயான வடிவியல் பரப்பளவை குறிக்கும் அ சமமாக இருக்கும்.



ஒரு சிறிய பகுதிக்கான பரப்பு = y dx = f(x) dx

x =a மற்றும் x=b க்கு இடையேயான அனை தனித்தனியான வடிவியல் பகுதிகளையும் கூட்டி கிடைப்பது

$\int_a^b f(x)dx =$ x - அச்சின் வரம்பிற்கு உட்பட்ட வடி பரப்பளவு.

(4) ஏதேனும் ஒரு இடைவெளியில் தொடர்ச்சி சார்பின் சராசரி மதிப்பு (Average value of a contin function in an interval)

சார்பின் சராசரி மதிப்பு $y = f(x)$, $a \le x \le b$ இடைவெளியில்

$$y_{av} = \frac{\int_a^b y\,dx}{\int_a^b dx} = \frac{\int_a^b y\,dx}{b-a}$$

Example: 24

$y = 2x + 3$ ன் சர்ராசரி மதிப்பை $0 \le x \le 1$ எனும் இடைவெளியில் கணக்கிடுக.

(A) 1 (B) 5 (C) 3 (D) 4

Solution

$$y_{av} = \frac{\int_0^1 y\,dx}{1-0} = \int_0^1 (2x+3)dx = \left[2\left(\frac{x^2}{2}\right) + 3x\right]_0^1$$

$1^2 + 3(1) - 0^2 - 3(0) = 1 + 3 = 4$

xample: 25

$\left[0, \frac{\pi}{\omega}\right]$ எனும் நேர இடைவெளியில் $I = I_0 \sin \omega t$ ன்னோட்டத்தின் சராசரி மின்னோட்டத்தை கணக்கிடு

(A) $2\frac{I_0}{\pi}$ (B) $2I_0$ (C) $\frac{4I_0}{\pi}$ (D) $\frac{I_0}{\pi}$

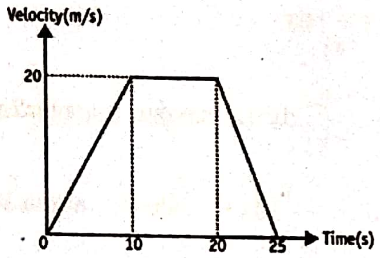
olution

$$I_{av} = \frac{\int_0^{\pi/\omega} I\,dt}{\frac{\pi}{\omega} - 0} = \frac{\omega}{\pi}\int_0^{\pi/\omega} I_0 \sin\omega t\,dt = \frac{\omega}{\pi}\left[\frac{I_0(-\cos\omega t)}{\omega}\right]_0^{\pi/\omega}$$

$$= -\frac{\omega}{\pi}\frac{I_0}{\omega}[\cos\pi - \cos 0] = -\frac{I_0}{\pi}[-1-1] = \frac{2I_0}{\pi}$$

xample: 26

ழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள வரைபடமானது ஒரு கார நேரான சாலையில் செல்லும் இயக்கத்தில் திசைவேகம் மற்றும் நேரத்திருக்கு இடையேயான தொடர்பை குறிக்கிறது. முதல் 25 வினாடியில் காரின் சராசரி திசைவேகம் எவ்வளவு?



(A) 20 m/s (B) 14 m/s (C) 10 m/s (D) 17.5 m/s

olution

சராசரி திசைவேகம் =

$$\frac{\int_0^{25} v\,dt}{25-0} = \frac{\text{Area of v-t graph between } t=0 \text{ to } t=25\text{ s}}{25}$$

$$= \frac{1}{25}\left[\left(\frac{25+10}{2}\right)(20)\right] = 14 \text{ m/s}$$

xample: 27

$\int_0^6 (2x^2 + 3x + 5)\,dx$ மதிப்பிடுக

Solution

$$\int_0^6 (2x^2+3x+5)\,dx = \int_0^6 2x^2 dx + \int_0^6 3x\,dx + \int_0^6 5\,dx$$

$$= \left[\frac{2x^3}{3}\right]_0^6 + \left[\frac{3x^2}{2}\right]_0^6 + [5x]_0^6 = 144 + 54 + 30 = 228.$$

Example: 28

தொகைஇடலை கணக்கிடுக

(i) $\int_0^2 \frac{1}{\sqrt{x}}dx$ (ii) $\int_0^{\pi/2} \cos x\,dx$

(iii) $\int_{r_1}^{r_2} \frac{Kq_1q_2}{r^2}.dr$ (iv) $\int_0^{\pi/4} \tan^2 x\,dx$

Solution

(i) $$= \int_0^2 x^{-1/2}dx = \left[\frac{x^{1/2}}{1/2}\right]_0^2 = \left[2x^{1/2}\right]_0^2 = 2\sqrt{2}$$

(ii) $$\int_0^{\pi/2} \cos x\,dx = [\sin x]_0^{\pi/2} = \sin\frac{\pi}{2} = 1$$

(iii) $$\int_{r_1}^{r_2} k\frac{q_1q_2}{r^2}dx = kq_1q_2\int_{r_1}^{r_2}\frac{1}{r^2}dx = kq_1q_2\left(-\frac{1}{r}\right)_{r_1}^{r_2}$$

$$= -kq_1q_2\left[\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right] = kq_1q_2\left[\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right]$$

(iv) $$\int_0^{\pi/4} \tan^2 x\,dx = \int_0^{\pi/4}(\sec^2 x - 1)\,dx$$

$$= [\tan x]_0^{\pi/4} - [x]_0^{\pi/4} = 1 - \frac{\pi}{4}$$

Discussion Problems 3

1. x பொறுத்து கீழ்க்கண்டவற்றை தொகைபடுத்துக.

(1) $4x^3$ (2) $x - \frac{1}{x}$

(3) $\frac{1}{2x+3}$ (4) $\cos(4x+3)$

(5) $\cos^2 x$

2. $\int_0^x (2x - x^3)\,dx =$

(1) $r^2 + \frac{r^4}{4}$ (2) $r^2 - \frac{r^4}{4} + C$

(3) $r^2 - \frac{r^4}{4}$ (4) ஏதுமில்லை

3. $\int_0^Q \frac{q}{C}\,dq =$ (Here c is a constant)

(1) $\frac{-Q^2}{2c}$ (2) $\frac{Q^2}{2c}$

(3) $\frac{Q^2}{2c} + K$ (4) ஏதுமில்லை

4. $\int_R^\alpha \frac{GMm}{R}\,dx =$ (G, M மற்றும் m மாறிலிகள்)

(1) $\frac{-GMm}{R}$ (2) $\frac{+GMm}{R}$

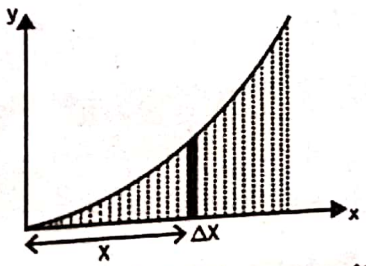
(3) $\frac{+GMm}{R} + C$ (4) ஏதுமில்லை

5. $\int_{-l/2}^{l/2} \frac{M}{l} x^2\,dx =$ (M, l ஆகியவை மாறிலிகள்)

(1) $\frac{Ml^2}{12}$ (2) $\frac{Ml^2}{6}$

(3) $\frac{-Ml^2}{12}$ (4) ஏதுமில்லை

6. கீழே உள்ள வரைபடம் $y = x^2$ ஐ குறிக்கிறது. $x = 0$ மற்றும் $x = 6$ க்கு இடையே மறைக்கப்பட்ட பகுதியின் பரப்பை கணக்கிடுக



(1) 27 units (2) 72 units

(3) 36 units (4) None

7. v திசைவேகம் மற்றும் x இடப்பெயர்ச்சி கொண்ட ஒரு துகளின் தனிசீரிசை இயக்கத்தை $v\frac{dv}{dx} = -\omega^2 x$ என குறிப்பிடலாம். இங்கு $x = 0$, $v = v_0$. எனில் இடப்பெயர்ச்சி x ஆகா இருக்கும் போது திசை v ன் மதிப்பு is

(1) $v_0^2 - \omega^2 x^2$ (2) $\sqrt{v_0^2 + \omega^2 x^2}$

(3) $\sqrt{v_0^2 - \omega^2 x^2}$ (4) ஏதுமில்லை

Practice Problems 3

1. $\int_0^{\pi/2} \cos x\,dx =$

(1) 0 (2) 1

(3) −1 (4) ஏதுமில்லை

2. பின்வரும் தொகையிடலின் மதிப்பை கணக்கிடுக

(1) $\int x^{15}\,dx$ (2) $\int x^{-3/2}\,dx$

(3) $\int (3x^{-7} + x^{-1})\,dx$ (4) $\int \left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2 dx$

(5) $\int \left(x + \frac{1}{x}\right) dx$

(6) $\int \left(\frac{a}{x^2} + \frac{b}{x}\right) dx$ (a மற்றும் b மாறிலிகள்)

3. $\int \left(x^2 - \cos x + \frac{1}{x}\right) dx$ ந மதிப்பை கணக்கிடு.

4. $\int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{d\theta}{\theta - \theta_0} =$

(1) $\log\frac{(\theta_2 - \theta_0)}{(\theta_1 - \theta_0)} + C$ (2) $\log\frac{(\theta_1 - \theta_0)}{(\theta_2 - \theta_0)} + C$

(3) $\log\frac{(\theta_1 - \theta_0)}{(\theta_2 - \theta_0)}$ (4) $\log\frac{(\theta_2 - \theta_0)}{(\theta_1 - \theta_0)}$

5. $\int_0^t A \sin\omega t\,dt =$ (இங்கு A மற்றும் ω மாறிலிகள்)

(1) $\frac{A}{\omega}(1 - \cos\omega t)$ (2) $\frac{A}{\omega}(1 + \cos\omega t)$

(3) $\frac{\omega}{A}(1 + \cos\omega t)$ (4) ஏதுமில்லை

ANSWER KEY

Discussion Problem 1

(2) 2. (2) 3. (2) 4. (1) 5. (2) 6. (1) 7. (3)

Practice Problem 1

(1) 2. (1) 3. (2) 4. (2) 5. (2) 6. 2() 7. (2) 8. 2()

Discussion Problem 2

(1) $2x - 6$ (2) $5x^4 + 2e^x$ (3) $\frac{4}{x} - \sin x$ 2. (1) $-e^{-x}$ (2) $12 \cos 3x$ (3) $4(2x-2)\, e^{x^2-2x}$

(1) 4. (2) 5. $\theta = 135°$

Practice Problem 2

(i) $x^2 \cos x + 2x \sin x$ (ii) $4e^x [\cos x - \sin x]$ 2. (i) $\frac{x \cos x - \sin x}{x^2}$ (ii) $\frac{12x^2 - 4x^3}{e^x}$

1 cm/s^2 4. (4) 5. $y_{min} = 4$ 6. (a) $4x + 3$ (b) $216x^7$ $144x^5 + 105x^4 + 135x^2 - 40$

Discussion Problem 3

(1) $x^4 + C$ (2) $\frac{x^2}{2} - \ln x + C$ (3) $\frac{\ln(2x+3)}{2} + C$ (4) $\frac{\sin(4x+3)}{4} + C$ (5) $\frac{x}{2} + \frac{\sin 2x}{4} + C$

(3) 3. (2) 4. (1) 5. (2) 6. (3)

Practice Problem 3

(2) 2. (1) $\frac{x^{16}}{16} + C$ (2) $-2x^{-1/2} + C$ (3) $\frac{-x^{-6}}{2} + \log_e x + C$

) $\frac{x^2}{2} + 2x + \log_e x + C$ (5) $\frac{x^2}{2} + \log_e x + C$ (6) $-\frac{a}{x} + b\log_e x + C$

$\frac{x^3}{3} - \sin x + \log_e x + C$ 4. (4) 5. (1)